GABARITO

1º e 2º ANOS 3ª FASE
ESCOLHA LIVRE DE 8 QUESTÕES / CADA QUESTÃO = 6 PTS.

01. $v_a = 36\ km/h = 10\ m/s$; $v_b = 108\ km/h = 30\ m/s$

- Acertando o cronômetro de B em relação ao cronômetro de A:
  $10\ h\ 42\ m\ 22\ s - 3\ m\ 22\ s = 10\ h\ 39$
- Calculando o tempo decorrido para o móvel percorrer a distância entre o observador A e o observador B: $10\ h\ 39\ m - 10\ h\ 30\ m\ 40\ s = 8\ m\ 20\ s = 500\ s$.
- Determinando a aceleração: $a = \dfrac{30 - 10}{500} = 0{,}04\ m/s^2$
- Força média resultante: $F = m.a = 2 \times 10^4 \times 0{,}04 = 800\ N$.

O2. Considerando a distância entre as cidades A e B igual a $2d$, temos que: $t = \dfrac{2d}{250}$

Na primeira metade: $t_1 = \dfrac{d}{250}$ e na segunda metade: $t_2 = \dfrac{d}{200}$

Pelas informações do problema: $t = t_1 + t_2 - ¼$, então:

$\dfrac{2d}{250} = \dfrac{d}{250} + \dfrac{d}{200} - \dfrac{1}{4}$, resolvendo encontramos $d = 250\ km$. Sendo a distância entre A e B igual a 2d, então ela será de $500\ km$.

---

03. Ao subir o rio teremos: $v'_L = v_{Lr} - v_r$, onde v_{Lr} é a velocidade da lancha em relação à água e v_r é a velocidade do rio em relação à sua margem.

Ao descer o rio teremos: $v''_L = v_{Lr} + v_r$

Resolvendo as duas equações, obteremos: $9 = v_{Lr} - v_r$ e $11 = v_{Lr} + v_r$

- $v_{Lr} = 10\ m/s$ e $v_r = 1\ m/s$

Sendo a largura do rio igual a $50\ m$, a lancha levará: $\Delta t = \dfrac{50}{10} = 5\ s$

04. $F = ma$ ➔ $a = \frac{500}{100} = 5\ m/s^2$. Esta aceleração levará o corpo a adquirir uma velocidade igual a $v = a.t = 5 \times 10 = 50\ m/s$.

Ele será desacelerado, parando após $5\ s$. O valor da desaceleração será: $a = \frac{50}{5} = 10\ m/s^2$

Então, esta força retardadora tem o valor igual a $f = ma = 100 \times 10 = 1000\ N$

Sendo as forças $F - f = 500$, então $F = 1500\ N$..

---

05. Para o corpo ficar na mesma posição, a força de atrito representa a resultante centrípeta.

Portanto: $\mu N = \frac{m v^2}{R}$.

O valor de

$N = m.g$ ➔ $\mu g = \frac{v^2}{R}$. E como $v = \omega R$, obtemos $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} = \sqrt{\frac{0,3 \times 10}{3}} = 1\ rad/s$

---

06. Força de atrito que atua no sistema: $f = \mu.N = 0,1 \times 100 \times 10 = 100N$

a) aceleração: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{22-2}{10} = 2\ m/s^2$

$F - f = m.a$ ➔ $F = 100 \times 2 + 100 = 300\ N.$

b) A distância percorrida pelo corpo entre A e B foi:

$$d = v_o t + \frac{a t^2}{2} = 2 \times 10 + \frac{2 \times 10^2}{2} = 120\ m$$

O trabalho de F será, portanto: $\Im = 300 \times 120 = 36000\ J$

---

07. a) Para manter a velocidade constante, ele necessita imprimir uma força igual à força retardadora. Portanto $F = 10\ N$

b) A velocidade do ciclista vale $v = 18\ km/h = 5\ m/s$. Então

$P = F v = 10 \times 5 = 50\ W$

08. Conservação da quantidade de movimento: $Q_{antes} = Q_{depois}$

$$m\,\mathrm{v} = (\,m + M\,)\,\mathrm{v}_f$$

$$10 \times 10^{-3}\,\mathrm{v} = (10 \times 10^{-3} + 990 \times 10^{-3}).2$$

$$10^{-2}\,\mathrm{v} = 10^{3} \times 10^{-3} \times 2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = 200\ m/s$$

---

09. Calculando a área do gráfico, determinamos o trabalho realizado sobre o corpo:

$$\Im = 4 \times 5 + \frac{(10+5)\times 4}{2} = 50\,J$$

$$\Im = E_{cf} - E_{ci} \;\rightarrow\; 50 = \frac{m\,\mathrm{v}^2}{2} - 0 \;\rightarrow\; \mathrm{v} = 10\ m/s$$

---

10. Segundo a lei que rege os vasos comunicantes:

- $d_1\, g\, h_1 = d_2\, g\, h_2 + d_{Hg}\, g\, h_0$

onde d_i é a densidade do *i-ésimo* meio. Como $h_0 = h_1 - h_2$, teremos:

- $d_1\, h = d_2\, h_2 + d_{Hg}\,(h_1 - h_2)$

Obtemos:

- $d_1 \times 81 = 0{,}8 \times 80 + 13{,}6 \times 1$

$\Rightarrow \quad d_1 = 0{,}958\ g/cm^3$.

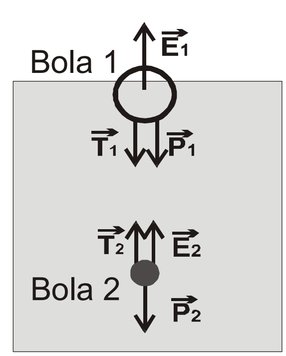
---

11. Para a resolução desta questão desprezamos a força de empuxo exercido pelo ar sobre as bolas.

Seja d_i, m_i e V_i a densidade, a massa e o volume i-ésima bola.

A figura ao lado mostra um diagrama das forças que atuam sobre as bolas quando elas estão ligadas pelo fio:

Para um fio ideal $T_1 = T_2 = T$ e, como elas estão em equilíbrio, para a bola 1 teremos:



- $E_1 = T + P_1 \rightarrow d_a\,(0{,}8\,V_1)\,g = T_1 + m_1\,g$

$Como\ 0{,}8\ V_1$ é o volume submerso da bola1

- Logo: $d_a\, 0{,}8\, V_1\, g = T + m_1\, g$ **(1)**

Para a bola 2 teremos: $E_2 + T = P_2$

- $T = P_2 - E_2 = m_2\, g - d_a\, V_2\, g = (m_2 - d_a\, V_2)g$

Substituindo esta relação em **(1)**, teremos:

- $m_2 = 0{,}8\, d_a V_1 + d_a V_2 - m_1$ **(2)**

Na segunda situação, onde as bolas não estão conectadas, como a bola 1 está em equilíbrio, obtemos:

- $E_1 = P_1 \quad \Rightarrow \quad d_a\,(0{,}3V_1)g = m_1 g$ onde $0{,}3\ V_1$ é o volume submerso da bola 1

$\Rightarrow \quad 0{,}3\ d_a\ V_1 = m_1$ **(3)**

Obtemos: $d_1 = \dfrac{m_1}{V_1} = 0{,}3\, d_a$

Substituindo **(3)** em **(2)**, obtemos:

- $d_2 = \dfrac{m_2}{V_2} = d_a \left(0{,}5 \dfrac{V_1}{V_2} + 1 \right)$

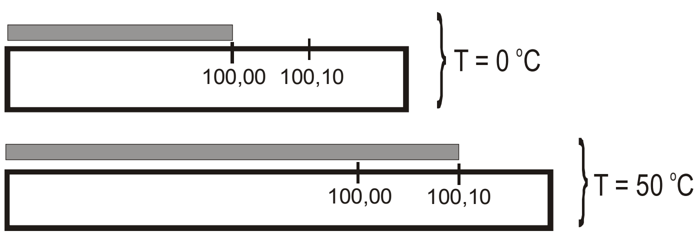
Como $V_1 = 2\ V_2$, temos:

$\Rightarrow \quad d_2 = 2\ d_a$

---

12. Seja α - coeficiente de dilatação da barra

$\alpha_l = 2{,}0 \times 10^{-5}\ {}^0C^{-1}$ – coeficiente de dilatação da régua de latão



A barra de sofre uma dilatação $l(T) = l_o\left[1 + \alpha\left(T - T_o\right)\right]$ e a régua também dilata de $l_R(T) = l_{oR}\left[1 + \alpha_l\left(T - T_o\right)\right]$

A barra a $T_0 = 0\ {}^0C$ mede $l_0 = 100{,}00\ m$. A $T = 50\ {}^0C$ ela coincide com a *marca da régua* que a $0\ {}^0C$ media l_{0R} = $100{,}10\ m$. Em outros termos, devemos ter:

$$l(50\ {}^0C) = l_R(50\ {}^0C) \quad \Rightarrow \quad l_o\left[1 + \alpha\left(T - T_o\right)\right] = l_{oR}\left[1 + \alpha_l\left(T - T_o\right)\right]$$

Fazendo $\Delta T = T - T_0 = 50\ {}^0C$, teremos:

$$\alpha\, l_o\, \Delta T = l_{oR}\left(1 + \alpha_l \Delta T\right) - l_o \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{l_{oR}\left(1 + \alpha_l \Delta T\right) - l_o}{l_o\, \Delta T}$$

Obtemos: $\alpha = 4{,}0 \times 10^{-5}\ {}^oC^{-1}$

O comprimento da barra a $50\ {}^0C$ medida pela régua a $0\ {}^0C$ será:

$$l(T) = l_o\left[1 + \alpha\left(T - T_o\right)\right] \quad \Rightarrow \quad l(50^oC) = 100\left(1 + 4,0 \times 10^{-5} \times 50\right)$$

resulta: $l = 100,20\ m$

---

13. Quantidade de calor cedida pela água até atingir 0°C:

$\Delta Q = 400 \times 1 \times (20 - 0) = 8000\ cal$

- Quantidade de calor necessário para aquecer o gelo até 0°C:

$\Delta Q_{gelo} = 160 \times 0,5 \times [0 - (-10)] = 800\ cal.$

- Quantidade de calor para o gelo ser totalmente derretido:

$\Delta Q = m\,L = 160 \times 80 = 12.800\ cal.$

Este valor é muito alto em relação ao que a água pode fornecer. Portanto, o gelo não será totalmente derretido. Como 800 cal foram usadas para aquecer o gelo, resta para derretê-lo, 8000 – 800 = 7200 cal.

A massa de gelo que se transforma em água será: $m = \dfrac{7200}{80} = 90\ g$

A massa de água total será: $m = 400\ g + 90 = 490\ g$

---

14. A área total da caixa de aresta a é $A = 6\ a^2 = 1,5\ m^2$

Para paredes de área A, espessura d, condutividade k e submetidas a uma diferença de temperatura ΔT, o fluxo de calor para o interior da caixa é dado por:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k\,A\frac{\Delta T}{d} \quad \Rightarrow \quad \Delta Q = k\,A\frac{\Delta T}{d}\Delta t$$

como $\Delta t = 5 \times 3600\ s = 18000\ s$, $d = 1\ cm = 0,01\ m$, $k = 0,01\ W/(m.K)$ e $\Delta T = 40\ ^0C$

$\Delta Q = 1,08 \times 10^6\ J$

A massa de gelo que será derretida será $m = \dfrac{\Delta Q}{L}$, o que resulta em:

$\Rightarrow \quad m = 3,23\ kg$

---

15. A primeira lei da termodinâmica nos fornece, $\Delta U = Q - W$

Em um processo isotérmico a temperatura permanece constante, de modo que $\Delta U = 0$, o que implica em $Q = W$. Assim

$$Q_{AB} = W_{AB} = 2{,}3\, n\, R\, T_2 \log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como $V_2 > V_1 \quad \Rightarrow \quad Q_{AB} > 0$ (o calor é fornecido ao gás)

No processo CD $\quad \Rightarrow \quad Q_{CD} = W_{CD} = 2{,}3\, n\, R\, T_1 \log_{10}\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = -2{,}3\, n\, R\, T_1 \log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Assim $Q_{CD} < 0$ (o calor é retirado do gás)

Logo $\dfrac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = -\dfrac{T_2}{T_1}$

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

Os valores da temperatura enunciados na prova estão incorretos. O valor de T_2 não pode ser menor que T_1, pois violaria a lei dos gases ideais (e a própria definição de trabalho). Contudo, se o aluno usou os valores originais, a questão deve ser considerada correta. Neste caso $\dfrac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = -\dfrac{T_2}{T_1} = -\dfrac{300}{600} = -\dfrac{1}{2}$

---

16. Ao entrar no vidro, o feixe não sofre nenhum desvio, pois o ângulo com a normal à superfície é nulo. Aplicando a lei da refração no ponto **O**, teremos:

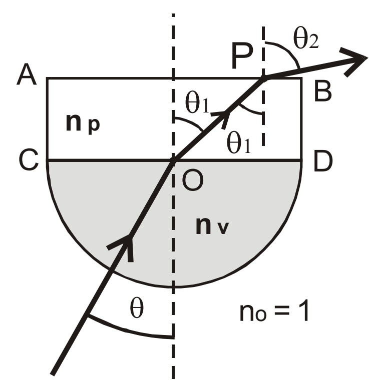
$n_v \, sen\theta = n_p \, sen\theta_1$ **(1)**

Em **P** teremos: $\quad n_p \, sen\theta_1 = sen\theta_2 \quad \Rightarrow \quad n_v \, sen\theta = sen\theta_2$

Para $\theta = 30^0$, $\theta_2 = 90^0 \quad \Rightarrow \quad n_v \, sen30^0 = 1 \quad \Rightarrow \quad n_v = 2$

Para $\theta = 60^0$, $\theta_1 = 90^0$. Usando **(1),** teremos:

$n_v \, sen60^0 = n_p \quad \Rightarrow \quad n_p = \sqrt{3}$



17. Lente bicôncava: $\dfrac{1}{f_1} = -(n_1 - 1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = -(1,5 - 1)\left(\dfrac{1}{0,2} + \dfrac{1}{1}\right) = -3\ dioptrias = C_1$

Lente plano-convexa: $\dfrac{1}{f_2} = (n_2 - 1)\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) = (1,7 - 1)\left(\dfrac{1}{0,2}\right) = 3,5\ dioptrias = C_2$

Para o conjunto: $C = C_1 + C_2 = -3 + 3,5 = 0,5\ dioptrias$ ➔ $f = \dfrac{1}{0,5} = 2\ m$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad ➔ \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{2} - \frac{1}{0,40} = -2 \quad ➔ \quad q = -\ 0,5\ m = -\ 50\ cm$$

$$\frac{H_i}{H_o} = -\frac{q}{p} \quad ➔ \quad \frac{H_i}{10} = -\frac{-50}{40} \quad ➔ \quad H_i = 12,5\ cm$$

---

18. Para as lentes imersas no ar e na água teremos:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad \text{e}$$

$$\frac{1}{f_a} = \left(\frac{n}{n_a} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

ou seja:

$$\frac{f_a}{f} = \frac{n-1}{\dfrac{n}{n_a} - 1} \quad ➔ \quad f_a = \left[\frac{n_a(n-1)}{n - n_a}\right] f \quad ➔ \quad f_a = \frac{\dfrac{4}{3}\left(\dfrac{3}{2} - 1\right)}{\dfrac{3}{2} - \dfrac{4}{3}}\ 10 = 40\ cm$$

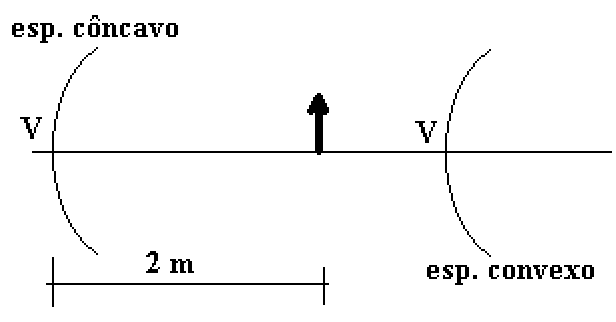
19.

Para o espelho côncavo (cc):

$$\frac{1}{f_{cc}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q_{cc}} \quad ➔ \quad \frac{1}{36} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q_{cc}}$$

Para o espelho convexo (cv):

$$\frac{1}{f_{cv}} = \frac{1}{d-p} + \frac{1}{q_{cv}} \quad ➔ \quad \frac{1}{-36} = \frac{1}{200-p} + \frac{1}{q_{cv}}$$

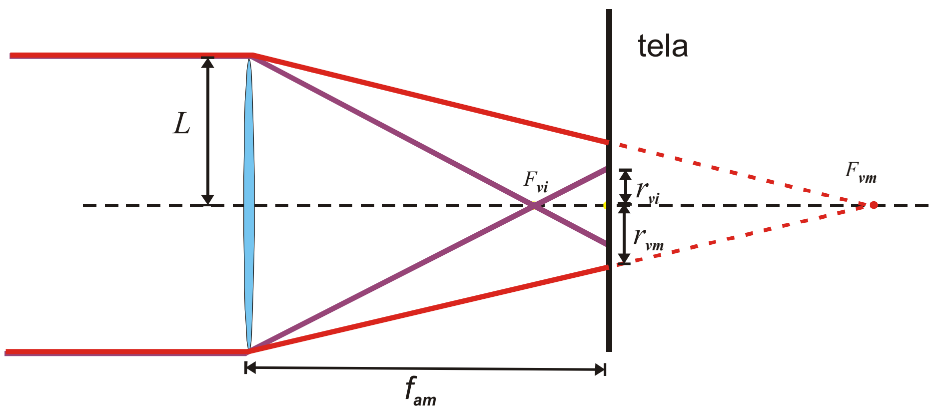


Obtemos os valores: $q_{cc} = \dfrac{36\,p}{p-36}$ e $q_{cv} = -\dfrac{36(200-p)}{236-p}$

A imagem a ser formada pelo espelho convexo será direita e menor e a do espelho côncavo, para ser menor, deverá ser invertida. Assim: $-\dfrac{q_{cc}}{p} = \dfrac{q_{cv}}{200-p}$. Substituindo os valores obtidos acima, encontramos o valor de $p = 136\ cm$.

---

20. Da equação dos fabricantes, $\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}\right)$, nota-se que quanto maior o índice de refração, menor será a distância focal.



Da figura, para o feixe vermelho (vm): $\dfrac{L}{f_{vm}} = \dfrac{r_{vm}}{f_{vm} - f_{am}} \rightarrow r_{vm} = L\left(1 - \dfrac{f_{am}}{f_{vm}}\right)$

Usando a equação dos fabricantes, teremos $r_{vm} = L\left(1 - \dfrac{n_{vm}-1}{n_{am}-1}\right) = L\left(\dfrac{n_{am}-n_{vm}}{n_{am}-1}\right)$

Para o violeta (vi): $\dfrac{L}{f_{vi}} = \dfrac{r_{vi}}{f_{am} - f_{vi}} \rightarrow r_{vi} = L\left(\dfrac{f_{am}}{f_{vi}} - 1\right)$

$$r_{vi} = L\left(\frac{n_{vi}-1}{n_{am}-1} - 1\right) = L\left(\frac{n_{vi}-n_{am}}{n_{am}-1}\right)$$

Assim $\dfrac{r_{vm}}{r_{vi}} = \dfrac{n_{am}-n_{vm}}{n_{vi}-n_{am}}$ $\qquad \dfrac{r_{vm}}{r_{vi}} = \dfrac{2{,}43-2{,}40}{2{,}50-2{,}43} = \dfrac{3}{7}$